

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2021

MATHEMATIK

8. Juli 2021
8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 29 MSO)

	Seite
Allgemeiner Hinweis	2
Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	9

Nicht für die Prüflinge bestimmt!

Auf die Bestimmungen zum Nachteilsausgleich (§ 33 BaySchO) und Notenschutz (§ 34 BaySchO) wird hingewiesen.

1. Allgemeiner Hinweis

Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist die Verwendung **eines** Wörterbuches – auch zweisprachig – in allen Prüfungsteilen **ausschließlich** als Printversion erlaubt.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 06.11.2019 Nr. III.2 – BS7200.0/41/1).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45,0 – 38,0	37,5 – 31,0	30,5 – 23,0	22,5 – 15,0	14,5 – 7,0	6,5 – 0

3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.

3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.

3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.

3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.

3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen

- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
- durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von 3,14,
- durch korrekte Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

3.11 Auf mathematische Genauigkeit und korrekte Schreibweisen ist zu achten.

	Punkte
2. a) Wachstum in Prozent: $81\,240 = 67\,279 \cdot q^9 \Rightarrow q \approx 1,021 \Rightarrow p = 2,1$	1,5
b) Zahl der unter 6-jährigen Personen vor zwei Jahren: $1 - 0,013 = 0,987$ $3245 = W_0 \cdot 0,987^2 \Rightarrow W_0 \approx 3331$	1
c) Verdopplungszeitraum in Jahren: $2 = 1,0375^n \Rightarrow n \approx 19$	1,5
	4
3. Länge der Strecke [AC] in cm: \overline{BD} in cm: $\overline{BD} = 46 \cdot \sin 28^\circ \Rightarrow \overline{BD} \approx 21,6$	1
\overline{AD} in cm: $\overline{AD} = 46 \cdot \cos 28^\circ \Rightarrow \overline{AD} \approx 40,6$	1
\overline{CD} in cm: $140^\circ - 62^\circ = 78^\circ$ $\overline{CD} \approx 21,6 \cdot \tan 78^\circ \Rightarrow \overline{CD} \approx 101,6$	1,5
\overline{AC} in cm: $\overline{AC} \approx 40,6 + 101,6 \Rightarrow \overline{AC} \approx 142,2$	0,5
<i>Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.</i>	
	4
4. Vereinfachter Term: $2x^4y^2$	2

5. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

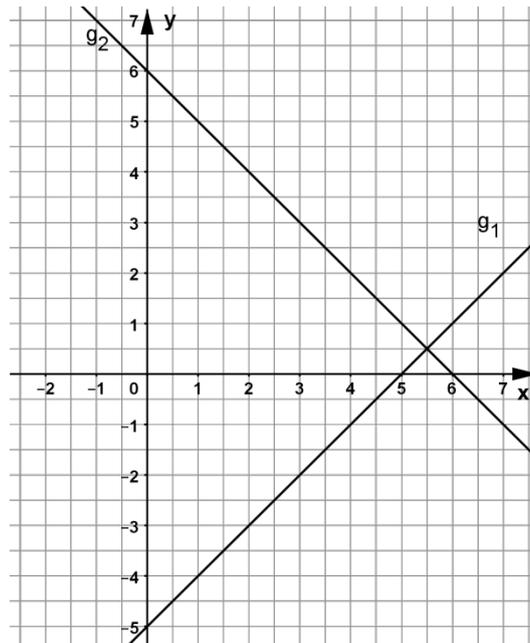
$$m_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = -5 \quad \Rightarrow \quad g_1: y = x - 5$$

b) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :

$$m_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad m_2 = -1$$

$$4 = (-1) \cdot 2 + t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 6 \quad \Rightarrow \quad g_2: y = -x + 6$$

c) Zeichnung:



Grafik: StMUK

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen

d) Mögliche Funktionsgleichung von g_4 :

$$\text{z. B. } g_4: y = 8$$

Hinweis: $g_4: y = t$ mit $t \in \mathbb{R}$

e) Steigung m_5 :

$$3 = m_5 \cdot (-3) - 9 \quad \Rightarrow \quad m_5 = -4$$

f) Koordinaten des Schnittpunkts S:

$$2x - 7 = -\frac{1}{2}x + 3 \quad \Rightarrow \quad x = 4 \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

$$S(4|1)$$

g) Koordinaten des Schnittpunkts N:

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

$$N(6|0)$$

Punkte

1

0,5

1

1

1

1

1

0,5

0,5

0,5

8

	Punkte
6. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 2\}$ <i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
$4 \cdot (3 + x) \cdot (x - 2) + 1 \cdot x \cdot (x - 2) = 7 \cdot x \cdot (3 + x)$ $-2x^2 - 19x - 24 = 0$ $x^2 + 9,5x + 12 = 0$	
$x_1 = -8; \quad x_2 = -1,5$	3
$L = \{-8; -1,5\}$ <i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
	4
7. Volumen der acht kleinen Kugeln in mm^3 :	
$\frac{4}{3} \cdot 2,25^3 \cdot 3,14 \cdot 8 \approx 381,51$	1,5
Volumen der Halbkugel in mm^3 :	
$\frac{4}{3} \cdot 5,5^3 \cdot 3,14 : 2 \approx 348,28$	1
Radius der neuen Goldkugel in mm:	
$\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14 \approx 381,51 - 348,28 \quad \Rightarrow \quad r \approx 2,0$	1,5
	4
8.	
(1) $\frac{i+e}{k} = \frac{e}{f}$	1
(2) $\frac{d}{e} = \frac{c}{b}$ oder $\frac{b}{e} = \frac{c}{d}$	1
(3) $\frac{a}{k} = \frac{c}{d+h}$	1
	3

9. (1) $(\sqrt{2a} + \boxed{8b}) \cdot (\sqrt{2a} - \boxed{8b}) = \boxed{2a^2} - 64b^2$

(2) $\frac{1}{16}a^2b^4 - \boxed{a^2b^2} + \boxed{4a^2} = \left(\boxed{\frac{1}{4}ab^2} - 2a \right)^2$

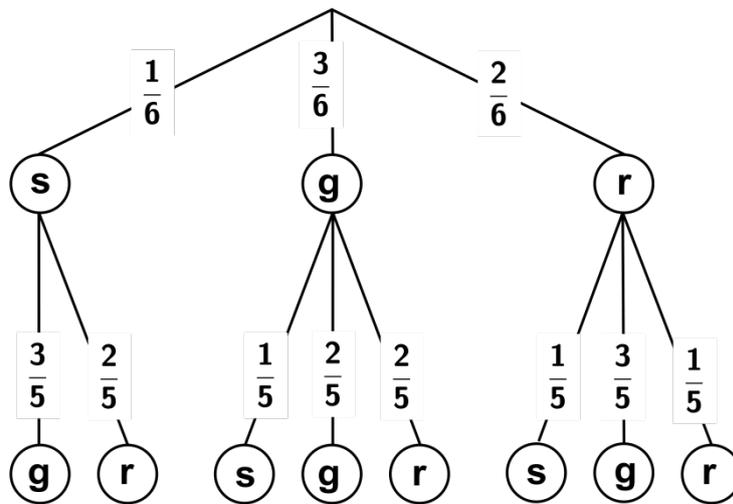
Punkte

1,5

1,5

3

10. a) Baumdiagramm:



Grafik: StMUK

0,5

1

b) Wahrscheinlichkeit:

$$P = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{30} \quad \Rightarrow \quad P \approx 16,7\%$$

1

c) Gesuchte Farbkombination:
grün und rot

0,5

Begründung:

$$P = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = 0,40 = 40\%$$

1

4

Summe: 45

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

1. a) Schnittpunkt N mit der x-Achse:

$$g_1: 0 = -0,5x + 3 \quad \Rightarrow \quad x = 6 \quad \Rightarrow \quad N(6|0)$$

- b) Wertetabelle:

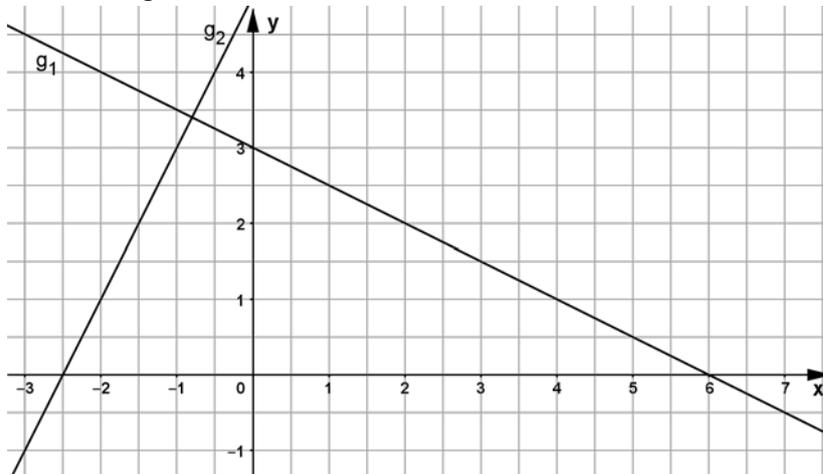
x	5	-36
y	0,5	21

- c) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :

$$m_1 = -0,5 \quad \Rightarrow \quad m_2 = 2$$

$$0 = 2 \cdot (-2,5) + t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 5 \quad \Rightarrow \quad g_2: y = 2x + 5$$

- d) Zeichnung:



Grafik: StMUK

- e) Funktionsgleichung der Geraden g_3 :

$$m_3 = \frac{2}{5} \quad \Rightarrow \quad t_3 = -\frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad g_3: y = \frac{2}{5}x - \frac{3}{5}$$

- f) Koordinaten des Schnittpunkts T:

$$-0,5x + 3 = 0,5x - 5 \quad \Rightarrow \quad x = 8; \quad \Rightarrow \quad y = -1$$

$$\Rightarrow T(8|-1)$$

- g) Funktionsgleichung der Geraden g_5 :

$$y = \frac{1}{4}x + 1$$

- h) Winkel α in Grad:

$$\tan \alpha = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 14$$

Punkte

1

1

1,5

1

1,5

1,5

0,5

1

9

	Punkte
2. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 2\}$	
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
$60x^2 - 120x + 60x - 120 - 32x^2 + 64x = 26x^2 + 26x$	
$x^2 - 11x - 60 = 0$	
$\Rightarrow x_1 = 15 \quad x_2 = -4$	3
$L = \{-4; 15\}$	
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
	4
<hr/>	
3. a) Jährliche Abnahme in Prozent:	
$63750 = 85000 \cdot q^{19} \quad \Rightarrow q \approx 0,985 \quad \Rightarrow p \approx 1,5$	1,5
b) Zeitspanne in Jahren:	
$85000 = 67800 \cdot 1,029^n \quad \Rightarrow n \approx 8$	1,5
c) Voraussichtliche Mitgliederzahl:	
$W_{11} = 67800 \cdot 1,033^{11} \quad \Rightarrow W_{11} \approx 96902$	1
	4
<hr/>	
4. a) Länge der Strecke [AE] in dm:	
$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AE}}{16} \quad \Rightarrow \overline{AE} \approx 13,9$	1
Länge der Strecke [EF] in dm:	
$\cos 60^\circ = \frac{\overline{EF}}{16} \quad \Rightarrow \overline{EF} = 8$	1
Länge der Strecke [BD] in dm:	
$\overline{BD}^2 = 2 \cdot (22 + 8) \quad \Rightarrow \overline{BD} \approx 7,7$	
Flächeninhalt des Trapezes ABDE in dm ² :	
$A_{ABDE} \approx \frac{(13,9 + 7,7) \cdot 22}{2} \quad \Rightarrow A_{ABDE} \approx 237,6$	2
b) Anwendung des Kathetensatzes:	
$\overline{CB}^2 = \overline{CF} \cdot \overline{CD} \quad \text{oder} \quad \overline{BF}^2 = \overline{CF} \cdot \overline{DF}$	1
	5

5. a) Funktionsgleichung von p_1 in Normalform:

$$(I) \quad -3 = (-2)^2 + p \cdot (-2) + q$$

$$(II) \quad 5 = 2^2 + p \cdot 2 + q$$

$$\Rightarrow p = 2$$

$$\Rightarrow q = -3$$

$$\Rightarrow p_1: y = x^2 + 2x - 3$$

1,5

b) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 :

$$p_2: y = (x - 2,5)^2 - 4$$

$$\Rightarrow S_2(2,5|-4)$$

1

c) x-Koordinaten der Nullstellen:

$$x^2 - 5x + 2,25 = 0$$

$$x_1 = 0,5$$

$$x_2 = 4,5$$

1

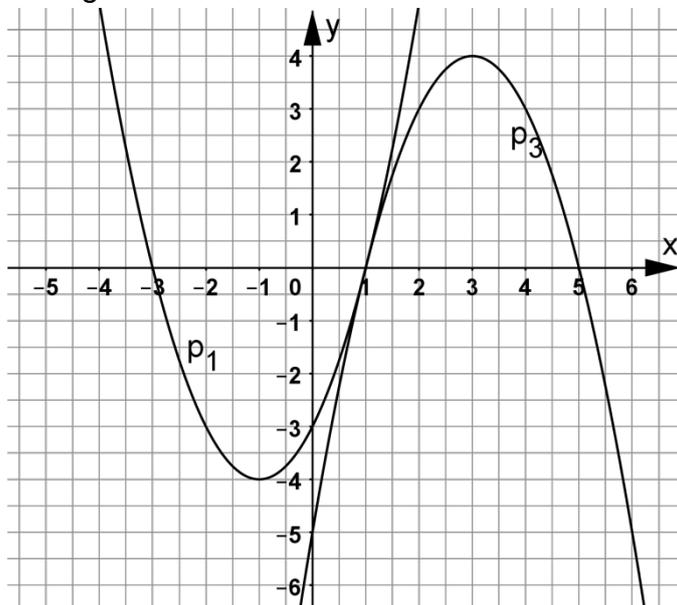
d) Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform:

$$p_3: y = -(x - 3)^2 + 4$$

$$\Rightarrow p_3: y = -x^2 + 6x - 5$$

1

e) Zeichnung:



Grafik: StMUK

1

f) Nachweis:

D liegt nicht auf g, da die Gerade g die y-Achse bei $(0|-3)$ schneidet.

Hinweis: Andere nachvollziehbare Nachweise durch Zeichnung oder Rechnung sind als richtig zu werten.

1

\Rightarrow Die Aussage ist falsch.

0,5

g) Scheitelpunktform von p_5 :

$$p_5: y = -(x - 2)^2 + 3$$

1

8

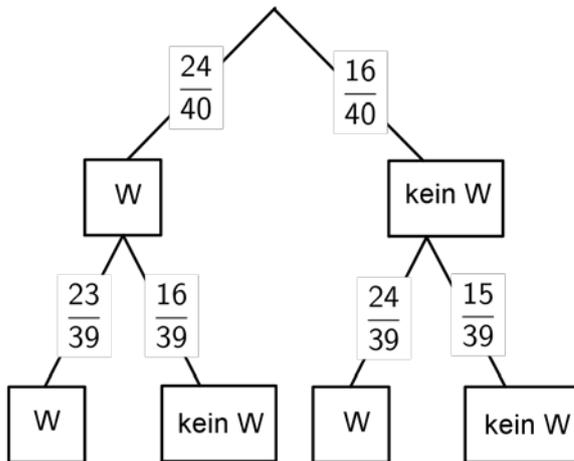
		Punkte
6. a)	$25x^6y^2 + \boxed{60x^3yz^4} + 36z^8 = (\boxed{5x^3y} + \boxed{6z^4})^2$	1
b)	(I) Vereinfachter Term: 1	2
	(II) Vereinfachter Term: y^2	3
<hr/>		
7. a)	Streckungsfaktor k: $k = \frac{6-1,2}{4-1,2} \Rightarrow k = \frac{12}{7}$ oder $k \approx 1,7$	1
b)	Länge der Strecke $[\overline{BB'}]$ in cm: $\frac{56 + \overline{BB'}}{56} = \frac{12}{7} \Rightarrow \overline{BB'} = 40$ <i>Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.</i>	2
		3
<hr/>		
8. a)	Oberfläche in cm^2 : $O_{\text{HK}} = 4 \cdot 30^2 \cdot 3,14 : 2 \Rightarrow O_{\text{HK}} = 5652$	1
b)	Volumen in cm^3 : $V_{\text{K}} = \frac{4}{3} \cdot 22^3 \cdot 3,14 \Rightarrow V_{\text{K}} \approx 44580$	0,5
	Masse in Gramm: $m_{\text{K}} \approx 2,8 \cdot 44580 \Rightarrow m_{\text{K}} \approx 124824$	0,5
	Masse in kg: $m_{\text{K}} \approx 125$	0,5
c)	Volumen des verdrängten Wassers in cm^3 : $V_{\text{Wasser}} = 7,5^2 \cdot 3,14 \cdot 5 \Rightarrow V_{\text{Wasser}} = 883,125$	1
	Durchmesser der Kugel in cm: $883,125 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14 \Rightarrow r \approx 5,95 \Rightarrow d \approx 11,9$	1,5
		5

9. a) Wahrscheinlichkeit für ein „G“:

$$\frac{4}{40}$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

b) Baumdiagramm:



Grafik: StMUK

Wahrscheinlichkeit für mindestens ein „W“:

$$\frac{24}{40} + \frac{16}{40} \cdot \frac{24}{39} = \frac{1320}{1560}$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

c) Anzahl der möglichen Reihenfolgen:

$$12! = 479\,001\,600$$

Punkte

1

0,5

1

1

0,5

4

Summe: 45